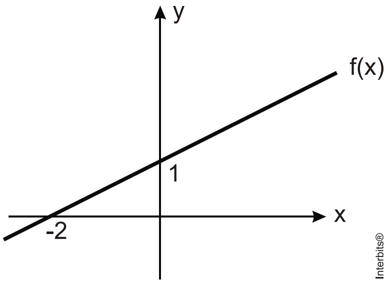
1. (Espcex (Aman) 2013) Na figura abaixo está representado o gráfico de uma função real do 1º grau f(x).



A expressão algébrica que define a função inversa de f(x) é

a) $y = \frac{x}{2} + 1$

b) $y = x + \frac{1}{2}$

c) $y = 2x - 2$

d) $y = -2x + 2$

e) $y = 2x + 2$

2. (Eear 2017) Sabe-se que a função $f(x) = \frac{x+3}{5}$ é invertível. Assim, $f^{-1}(3)$ é

a) 3
b) 4
c) 6
d) 12

3. (Uepb 2013) Dada $f(x) = x^2 + 2x + 5,$ o valor de $f(f(-1))$ é:
a) – 56
b) 85
c) – 29
d) 29
e) – 85

4. (Pucrj 2012) Sejam $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = 3x + 1.$ Então $f(g(3)) - g(f(3))$ é igual a:
a) – 1
b) 0
c) 1
d) 2
e) 3

5. (Mackenzie 2017) Se a função $f: \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}^*$ é definida por $f(x) = \frac{5}{2-x}$ e f^{-1} a sua inversa, então $f^{-1}(-2)$ é igual a

a) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{9}{2}$

c) $-\frac{9}{2}$

d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{5}{4}$

6. (Uern 2013) Sejam as funções $f(x) = x - 3$ e $g(x) = x^2 - 2x + 4.$ Para qual valor de x tem $f(g(x)) = g(f(x))$?
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

7. (Unicamp 2020) Sabendo que a é um número real, considere a função $f(x) = ax + 2,$ definida para todo número real $x.$ Se $f(f(1)) = 1$ então
a) $a = -1.$
b) $a = -1/2.$
c) $a = 1/2.$
d) $a = 1.$

8. (Unicamp 2016) Considere a função afim $f(x) = ax + b$ definida para todo número real $x,$ onde a e b são números reais. Sabendo que $f(4) = 2,$ podemos afirmar que $f(f(3) + f(5))$ é igual a
a) 5.
b) 4.
c) 3.
d) 2.

9. (Espm 2017) O conjunto imagem de uma função inversível é igual ao domínio de sua inversa. Sendo $f : A \to B$ tal que $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ uma função real inversível, seu conjunto imagem é:
a) $\mathbb{R} - \{1\}$
b) $\mathbb{R} - \{-1\}$
c) $\mathbb{R} - \{-2\}$
d) $\mathbb{R} - \{0\}$
e) $\mathbb{R} - \{2\}$

10. (Uern 2012) Sejam as funções compostas $f(g(x)) = 2x - 1$ e $g(f(x)) = 2x - 2.$ Sendo $g(x) = x + 1,$ então $f(5) + g(2)$ é
a) 10.
b) 8.
c) 7.
d) 6.

11. (Unigranrio - Medicina 2017) Sabe-se que $f\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = x + 1.$ Desta forma, pode-se afirmar que $f(-1)$ vale:
a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

12. (Uepb 2012) Dada a função bijetora $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$, $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$, o domínio de $f^{-1}(x)$ é

a) $\mathbb{R} - \{3\}$
b) $\mathbb{R}$
c) $\mathbb{R} - \{1\}$
d) $\mathbb{R} - \{-1\}$
e) $\mathbb{R} - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = ax + b.$
O valor inicial de f é a ordenada do ponto de interseção do gráfico de f com o eixo $y,$ ou seja, $b = 1.$ Logo, como o gráfico de f passa pelo ponto $(-2, 0),$ temos que

$$0 = a \cdot (-2) + 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Portanto, $f(x) = \frac{x}{2} + 1$ e sua inversa é tal que

$$x = \frac{y}{2} + 1 \Leftrightarrow y = 2 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow f^{-1}(x) = 2x - 2.$$

Resposta da questão 2:
[D]

Se f possui inversa, então queremos calcular x tal que $f(x) = 3.$ Assim, vem

$$\frac{x+3}{5} = 3 \Leftrightarrow x = 12.$$

Resposta da questão 3:
[D]

Como $f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 5 = 4,$ segue que

$$f(f(-1)) = f(4) = 4^2 + 2 \cdot 4 + 5 = 29.$$

Resposta da questão 4:
[A]

Como $f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$ e $g(3) = 3 \cdot 3 + 1 = 10,$ segue que

$$\begin{aligned} f(g(3)) - g(f(3)) &= f(10) - g(7) \\ &= 2 \cdot 10 + 1 - (3 \cdot 7 + 1) \\ &= 20 + 1 - 21 - 1 \\ &= -1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 5:
[B]

Impondo $f(x) = -2,$ temos

$$-2 = \frac{5}{2 - x} \Leftrightarrow 2x - 4 = 5 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}.$$

Portanto, segue que $f^{-1}(-2) = \frac{9}{2}.$

Resposta da questão 6:
[B]

Lembrando que uma função só está bem definida quando conhecemos o seu domínio, contradomínio e a lei de associação, vamos supor que $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Além disso, por exemplo, a função $g\circ f$ está definida apenas quando o contradomínio de f é igual ao domínio de g.

Desse modo, o valor de x para o qual se tem $f(g(x))=g(f(x))$ é

$$\begin{aligned} x^2-2x+4-3=(x-3)^2-2(x-3)+4 &\Leftrightarrow x^2-2x-3=x^2-6x+9-2x+6 \\ &\Leftrightarrow 6x=15+3 \\ &\Leftrightarrow x=3. \end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[A]

Sendo $f(1)=a+2$, temos

$$\begin{aligned} f(f(1))=1 &\Leftrightarrow f(a+2)=1 \\ &\Leftrightarrow a(a+2)+2=1 \\ &\Leftrightarrow a^2+2a+1=0 \\ &\Leftrightarrow (a+1)^2=0 \\ &\Leftrightarrow a=-1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 8:
[D]

Tem-se que $f(4)=2 \Leftrightarrow 4a+b=2.$ Alĭm disso, como $f(3)=3a+b$ e $f(5)=5a+b$, vem

$$f(3)+f(5)=3a+b+5a+b=2(4a+b)=2\cdot 2=4.$$

Portanto, segue que $f(f(3)+f(5))=f(4)=2.$

Resposta da questão 9:
[E]

Lembrando que é possível definir tantas funções quanto queiramos por meio da lei $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$, vamos supor que o domínio de f seja o conjunto dos números reais x, tal que $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$. Assim, temos

$$\begin{aligned} y=\frac{2x-1}{x+1} &\Rightarrow yx+y=2x-1 \\ &\Rightarrow x(y-2)=-(y+1) \\ &\Rightarrow x=\frac{y+1}{2-y}. \end{aligned}$$

Portanto, sendo $f^{-1}(x)=\dfrac{x+1}{2-x}$ a lei da inversa de f, podemos afirmar que a imagem de f é o conjunto dos números reais y tal que $y\in\mathbb{R}-\{2\}$.

Resposta da questão 10:

[A]

Sabendo que $g(f(x)) = 2x - 2$ e $g(x) = x + 1,$ vem

$$g(f(x)) = f(x) + 1 \Leftrightarrow 2x - 2 = f(x) + 1 \Leftrightarrow f(x) = 2x - 3.$$

Portanto,

$$f(5) + g(2) = 2 \cdot 5 - 3 + 2 + 1 = 10.$$

Resposta da questão 11:
[A]

Calculando:

$$f\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = x + 1$$
$$\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = -1 \Rightarrow x = 3$$
$$f\left(\frac{2}{3}x - 3\right) = f(3) = 3 + 1 \Rightarrow f(-1) = 4$$

Resposta da questão 12:
[A]

Se $f(x) = \frac{3x + 2}{x - 1},$ com $D(f) = \mathbb{R} - \{1\},$ então

$$\begin{aligned} y = \frac{3x + 2}{x - 1} &\Leftrightarrow y(x - 1) = 3x + 2 \\ &\Leftrightarrow x(y - 3) = y + 2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{y + 2}{y - 3}. \end{aligned}$$

Portanto, $y - 3 \neq 0 \Leftrightarrow y \neq 3$ e, assim, $D(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{3\}.$